EXERCICE 01

Soit $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{3x}{x+2}$

1) Déterminer le domaine de f
2) Réduire f au même dénominateur
3) Étudier le signe de f

EXERCICE 02

Soit $g(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1}$

1) Réduire g au même dénominateur
2) Résoudre $g(x) = 0$
   a) Dans $\mathbb{R}$ b) Dans $\mathbb{N}$

EXERCICE 03

1) Développer $(x-2)\times(x+1)\times(1-2x)$
2) Résoudre $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$

EXERCICE 04

1) Développer $(3-x^2)\times(1+2x+3x^2)$
2) Résoudre $-6x^4 - 4x^3 + 16x^2 + 12x + 6 = 0$

$\boxed{01}$

1) $x \neq 0$ et $x \neq -2$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2 ; 0\}$

2) $\frac{2}{x} + \frac{3x}{x+2} = \frac{2(x+2)+3x\times x}{x(x+2)} = \frac{3x^2+2x+4}{x(x+2)} = \frac{N(x)}{D(x)}$

3)

x	$-\infty$ -2 0 $+\infty$		
$N(x)$	$+$	$+$	$+$
$D(x)$	$+$ 0	$-$	0 $+$
$f(x)$	$+$ 0	$-$	0 $+$

, $\Delta < 0$

$\boxed{2}$

1) $\frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{1(x^2-1) - x\times 2\times(x+1) + x\times 2\times(x-1)}{2(x-1)(x+1)}$

$= \frac{x^2-4x-1}{2(x-1)(x+1)} = g(x)$

2) $g(x) = 0 \iff x^2 - 4x - 1 = 0$, $x \neq 1$ et $x \neq -1$

a) $S_{\mathbb{R}} = \{2-\sqrt{5} ; 2+\sqrt{5}\}$

b) $S_{\mathbb{N}} = \emptyset$

$\boxed{03}$

1) $(x-2)\times(x+1)\times(1-2x) = -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2$

2) $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$

$\iff -2x^3 + 3x^2 + 3x - 2 = 0$

$\iff (x-2)\times(x+1)\times(1-2x) = 0$ donc $S = \{-1 ; \frac{1}{2} ; 2\}$

$\boxed{04}$

1) $(3-x^2)\times(1+2x+3x^2) = -3x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 6x + 3$

2) $-6x^4 - 4x^3 + 16x^2 + 12x + 6 = 0$

$\iff -3x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 6x + 3 = 0$

$(3-x^2)\times(1+2x+3x^2) = 0$ donc $S = \{-\sqrt{3} ; +\sqrt{3}\}$