NOMBRE DÉRIVÉ

(1) $\boxed{f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$ ou $\boxed{f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}$ (2)

• Soit $f(x) = \frac{1}{4}x^2$. Déterminer le nombre dérivé de f en 2.

→ Avec (1) :

Étape 1/5 $f(2+h) = \frac{1}{4}(2+h)^2$

Étape 2/5 $f(2) = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$

Étape 3/5 Pour $h \neq 0$, $\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{\frac{1}{4}(2+h)^2 - 1}{h} = \frac{\frac{(2+h)^2 - 4}{4}}{h} = \frac{(2+h)^2 - 4}{4h} = \frac{(2+h)^2 - 2^2}{4h}$

$= \frac{(2+h+2)(2+h-2)}{4h} = \frac{(4+h)h}{4h} = \frac{(4+h)}{4} = \frac{4}{4} + \frac{h}{4} = 1 + \frac{h}{4}$

Étape 4/5 donc, $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \to 0} 1 + \frac{h}{4} = 1$

Étape 5/5 Par conséquent le nombre dérivé de f en 2 est 1 ou f'(2) = 1.

→ Avec (2) :

Étape 1/4 $f(2) = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$

Étape 2/4 $\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{\frac{1}{4}x^2 - 1}{x - 2} = \frac{\frac{x^2 - 4}{4}}{x - 2} = \frac{x^2 - 2^2}{4(x-2)} = \frac{(x+2)(x-2)}{4(x-2)} = \frac{(x+2)}{4} = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$

Étape 3/4 donc, $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} \frac{x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Étape 4/4 Par conséquent le nombre dérivé de f en 2 est 1 ou f'(2) = 1.