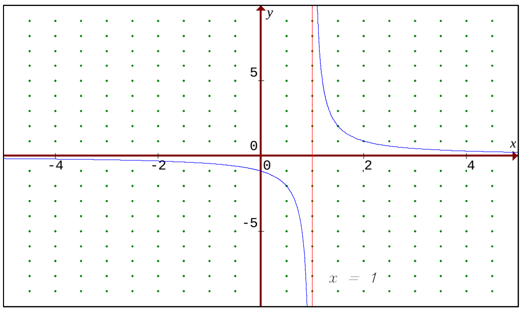
ASYMPTOTES

A. VERTICALE

Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$

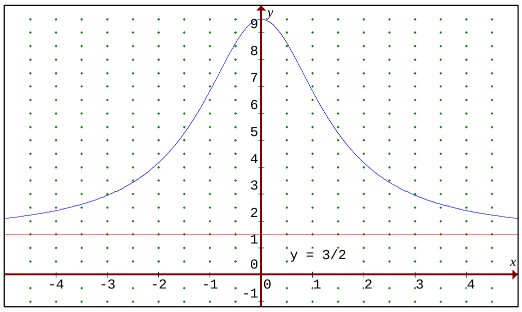
alors x = a est asymptote **verticale** à Cf



B. HORIZONTALE

Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b$

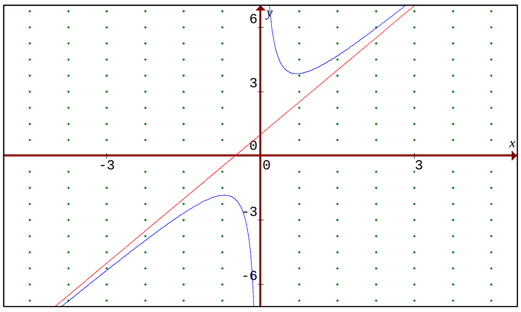
alors y = b est asymptote **horizontale** à Cf en $\pm\infty$



C. OBLIQUE

Si
- $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) - (ax + b) = 0$
- ou
- $f(x) = ax + b + \varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \varepsilon(x) = 0$

alors $y = ax + b$ est asymptote **oblique** à Cf en $\pm\infty$



D. POSITION RELATIVE D'UNE COURBE PAR RAPPORT À UNE ASYMPTOTE OBLIQUE

Il suffit de déterminer le **signe** de $g(x) = f(x) - (ax + b)$:

Si $g(x) < 0$	la courbe Cf est	située au dessous de	l'asymptote d'équation $y = ax + b$
Si $g(x) = 0$		égale à	
Si $g(x) > 0$		située au dessus de	

Exemple : Étude de la position relative de $f(x) = x^2 - 1$ et de $y = x - 1$: $g(x) = x^2 - x = x(x - 1)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g(x)$		+	0	−	0	+	
Position Relative de Cf par rapport à $y = x - 1$		Cf est au dessus		Cf est au dessous		Cf est au dessus	

Exercices :

Dans chaque cas, donner l'ensemble de définition de f et calculer les limites de f aux bornes de Df. Déterminer les asymptotes éventuelles :

	$f(x) =$
1/10	$\dfrac{1}{x^2}$
2/10	$\dfrac{2x-1}{2x+1}$
3/10	$\dfrac{1}{1+x^2}$
4/10	$\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$
5/10	$x+2+\dfrac{3}{x}$
6/10	$\dfrac{10}{x+5}-x$
7/10	$\dfrac{x}{-2x^2-x+3}$
8/10	$\dfrac{9x^2+1}{x} = \text{a}x+\dfrac{1}{x}$ Déterminer a au préalable
9/10	$\dfrac{x^2+3x+3}{x+1} = \text{a}x+\text{b}+\dfrac{\text{c}}{x+1}$ Déterminer a, b et c au préalable et préciser à la fin la position relative de Cf par rapport à son asymptote oblique
10/10	$\dfrac{x^2+x-1}{x-1} = \text{a}x+\text{b}+\dfrac{\text{c}}{x-1}$ Idem Ex. 9

Le fanfaron tue un lion absent et craint une souris présente Proverbe Anglais