LIMITES EN $\pm\infty$

A. RAPPELS

- $\lim f \pm g = \lim f \pm \lim g$, la limite d'une somme (respectivement d'une différence) est égale à la somme (respectivement la différence) des limites
- $\lim f \times g = \lim f \times \lim g$, la limite d'un produit est égale au produit des limites
- $\lim \dfrac{f}{g} = \dfrac{\lim f}{\lim g}$, la limite d'un quotient est égale au quotient des limites
- Formes Indéterminées : $\infty - \infty$ $\quad \dfrac{\infty}{\infty}$ $\quad \infty \times 0$ $\quad \dfrac{0}{0}$

B. FONCTIONS POLYNÔMES

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} x = \pm\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^2 = +\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^3 = \pm\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} x^4 = +\infty$

  Si n est **impair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^n = \pm\infty$ $\qquad$ Si n est **pair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} x^n = +\infty$

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} -x = \mp\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} -x^2 = -\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} -x^3 = \mp\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} -x^4 = -\infty$

  Si n est **impair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} -x^n = \mp\infty$ $\qquad$ Si n est **pair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} -x^n = -\infty$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 + x = +\infty$ $\qquad \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 + x = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^2 \times \lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right) = +\infty$

  Pour lever l'indétermination $\infty - \infty$, il faut factoriser la plus grande puissance...

  $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - x = +\infty$ $\qquad \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - x = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 \times \lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right) = +\infty$

C. FONCTIONS RATIONNELLES

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x} = 0^{\pm}$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0^{+}$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^3} = 0^{\pm}$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^4} = 0^{+}$

  Si n est **impair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0^{\pm}$ $\qquad$ Si n est **pair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0^{+}$

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} -\dfrac{1}{x} = 0^{\mp}$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} -\dfrac{1}{x^2} = 0^{-}$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} -\dfrac{1}{x^3} = 0^{\mp}$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} -\dfrac{1}{x^4} = 0^{-}$

  Si n est **impair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} -\dfrac{1}{x^n} = 0^{\mp}$ $\qquad$ Si n est **pair** alors $\lim\limits_{x\to\pm\infty} -\dfrac{1}{x^n} = 0^{-}$

- $$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{x+1}{x-2} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \frac{\lim\limits_{x\to\pm\infty} x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\pm\infty} x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\left(1-\frac{2}{x}\right)} = 1$$

  Pour lever l'indétermination $\dfrac{\infty}{\infty}$, il faut factoriser la plus grande puissance...

Exercices :

Calculer, dans le détail, la limite de f(x) quand x tend vers $-\infty$ et $+\infty$

	f(x) =
1/15	$5x^3 - 3x + 1$
2/15	$-2x^4 + 7$
3/15	$-x^3 - 3x - 1$
4/15	$8x^4 + 2x^3 - 5x^2$
5/15	$5x^3 + 10x^2$
6/15	$2x^2 + 1$
7/15	$x^3 + x + 1$
8/15	$\frac{2x+3}{x-4}$
9/15	$\frac{5-3x}{4x+1}$
10/15	$\frac{x+2}{1-x^3}$
11/15	$\frac{x+1}{x^2-2}$
12/15	$\frac{x^2+1}{x-2}$
13/15	$\frac{9x^3-5x+2}{1-x}$
14/15	$\frac{2x+1}{x^4-4}$
15/15	$2x + 1 + \frac{1}{x+2}$