

LOGARITHME NÉPÉRIEN

Notation :

La fonction **logarithme népérien** de x est notée $\ln x$

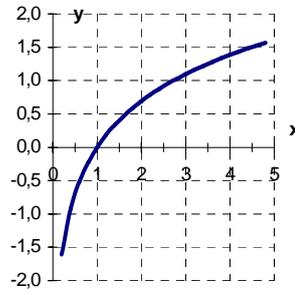
Elle est définie pour tout $x > 0$

Elle est strictement croissante et :

$$\ln x < 0 \text{ si } x \in] 0 ; 1 [$$

$$\ln x = 0 \text{ si } x = 1$$

$$\ln x > 0 \text{ si } x \in] 1 ; +\infty [$$



Pour tout nombre réel $a > 0$ et $b > 0$ et tout entier relatif n :

$$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^n = n \times \ln a$$

Exercices

1/10 Simplifier les écritures : $\ln 3 + \ln \frac{1}{3}$ $\frac{1}{2} \ln \sqrt{2}$ $\ln e^3 + \ln e^{-2}$ $\ln(e^2 \sqrt{e})$ $\ln\left(\frac{1}{e}\right)^3$

2/10 Exprimer en fonction de $\ln 2$ et $\ln 5$: $\ln 50$ $\ln 250$ $\ln \frac{16}{25}$ $\ln 0,16$

3/10 Exprimer en fonction de $\ln 3$: $\ln 63 - \ln 7$ $\ln 9\sqrt{3}$ $2\ln 6 - \ln 4$

4/10 a, b et c sont des réels strictement positifs. Exprimer en fonction de $\ln a, \ln b$ et $\ln c$: $\ln \sqrt{abc}$ $\ln\left(\frac{a^3 b^2}{c}\right)$

5/10 Simplifier : $\ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$

6/10 Démontrer que pour tout réel $x > 0$: $\ln(2x + 3) = \ln x + \ln\left(2 + \frac{3}{x}\right)$ $\ln(1 + x^2) = 2 \ln x + \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$

7/10 Démontrer que : $\ln(3 + 2\sqrt{2}) + \ln(3 - 2\sqrt{2}) = 0$

8/10 Dans chaque cas, quels sont les réels x pour lesquels l'expression proposée a un sens ?

$\ln(x - 3)$	$\ln(1 - x)$	$\ln(x^2)$	$\frac{1}{\ln x}$	$\frac{1}{x} \ln(1 + x)$	$\ln(x^2 + 4x)$
$\ln\left(\frac{x-3}{2-x}\right)$		$\ln x^2 - 3x + 2 $		$\ln x + 1 + \ln x - 1 $	

9/10 On donne a et b des réels strictement positifs et $a < b$. Comparer $\ln\left(\frac{a+1}{a}\right)$ et $\ln\left(\frac{b+1}{b}\right)$

10/10 Déterminer la condition d'existence de f puis D_f : $f(x) = \ln\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)$