LOGARITHME NÉPÉRIEN

La fonction ln x est strictement croissante sur ℝ donc :

$$\ln a = \ln b \iff a = b$$
&
$$\ln a > \ln b \iff a > b$$

Exemples

- $\ln x = \ln 3 \iff x = 3$
- $\ln(x-2) = \ln(3x)$, avec $D =]\,2\,;+\infty\,[\ \cap\ ]\,0\,;+\infty\,[\ =]\,2\,;+\infty\,[$
  $\iff x - 2 = 3x$
  $\iff x = -1$, donc $\boxed{S = \phi}$ car $-1 \notin D$
- $\ln(x-5) > \ln 10$, avec $D =]\,5\,;+\infty\,[$
  $\iff x - 5 > 10$
  $\iff x > 15$, donc $\boxed{S =]\,15\,;+\infty\,[}$

Exercice Résoudre

- $\ln(x-2) = \ln 2$ $\quad \ln(x-2) = \ln(x^2-2)$ $\quad \ln(3x-4) = \ln(x^2-4)$ $\quad \ln(-3x) = \ln(x^2-4)$

  $\ln(2x-5) = \ln 3 + \ln(x+1)$ $\quad 2\ln(x-4) = \ln x - 2\ln 2$

  $2\ln x = \ln(x+4) + \ln 2x$ $\quad 2\ln x = \ln(2x^2+8x)$

  $\ln\sqrt{3x-1} + \ln\sqrt{x-1} = \ln(x-2)$ $\quad \dfrac{1}{2}\ln 2x = \ln(3-x) - \ln\sqrt{x+1}$

- $\ln(x-2) \le \ln(2x-1)$ $\quad \ln(-3x) \ge \ln(x^2-4)$

  $\ln\left(1+\dfrac{2}{x}\right) \ge \ln x$ $\quad \ln x \le \ln(x^2-2x)$

  $\ln(3x^2-x) \le \ln x + \ln 2$ $\quad \ln(3x^2-x-2) \ge \ln(6x+4)$

  $3\ln x > \ln(3x-2)$ $\quad \ln(2-x) > 1$

  $\ln\dfrac{1}{x} > 2$ $\quad \ln(x^3-8) < \ln 19$ $\quad , a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

Lorsque la fonction **u** est dérivable sur un intervalle I,
la fonction **f** définie par **f(x)** = **ln x** est dérivable sur I
et pour tout réel x dans I :

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

Exercices

1/2 Dériver

$\ln(1+x^2)$ $\quad \ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ $\quad \ln(x-1) - \ln(1+x)$ $\quad \dfrac{1}{x} - \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$ $\quad \ln(\ln x)$ $\quad \dfrac{\ln(x+1)}{\ln x}$

2/2 Étude sommaire (domaine, dérivée et étude de signe, tableau de variations) de :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$$