CONJUGUÉ D'UN NOMBRE COMPLEXE

1. Déterminer la forme algébrique du conjugué des nombres complexes suivants :

$z_A = (1+i)+(3-i)$ $\quad z_B = (-1+i)(2-i)$ $\quad z_C = (2+3i)^2 + (5-i)$

2. Dans chaque cas on donne z. Calculer $z \times \overline{z}$

$2+3i$ $\quad -5+i\sqrt{2}$ $\quad -3-2i$ $\quad i$

3. Idem exercice 1. :

$$z_1 = \frac{1-i}{5+i} \qquad z_2 = \frac{i(1-i)}{(2+3i)^2}$$

4. Résoudre dans $\mathbb{C}$:

$5\overline{z} = 4-i$ $\quad (1+i)\overline{z}+1-i=0$ $\quad (iz+2)(\overline{z}-5i)=0$

5. On pose $z = x + iy$, x et y réels

a. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $3\overline{z}-2iz$

b. Résoudre dans $\mathbb{C}$: $\quad 3\overline{z}-2iz = 5-3i$

6. Déterminer dans le plan complexe, l'ensemble des points M d'affixe z tels que Z soit réel :

$$Z = \frac{z-4-2i}{z+2+i}$$

7. Déterminer dans le plan complexe, l'ensemble des points M d'affixe z tels que Z soit imaginaire pur :

$$Z = \frac{z+i}{i\overline{z}+3}$$

8. Déterminer dans le plan complexe, l'ensemble des points M d'affixe z tels que $(1+z)(i+\overline{z})$ soit :

a. réel

b. imaginaire pur

9. Représenter graphiquement dans le plan complexe, l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

$$(1+3i)z-(1-3i)\overline{z}+5i=0$$

$$z\overline{z}+(i-1)z-(i+1)\overline{z}=0$$

MODULE & ARGUMENT D'UN NOMBRE COMPLEXE

10. Déterminer le module de :

$z_A = 3-i$ $\quad z_B = 2+2i$ $\quad z_C = -5-2i$

11. Calculer la distance OM, où M est le point d'affixe z :

$z=-1-i$ $\quad z=-3i$ $\quad z=-2$

12. Représenter dans le plan rapporté au repère orthonormal $\left(O\,;\,\overrightarrow{u}\,,\,\overrightarrow{v}\right)$ les points A, B, C et D d'affixes respectives :

	a pour module	et pour argument
z_A	3	$\frac{3\pi}{4}$
z_B	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$
z_C	2	π
z_D	1	$\frac{\pi}{2}$

13. Déterminer la forme trigonométrique de :

$z_A = 1+i$ $\quad z_B = -2+2i$ $\quad z_C = 5+5i\sqrt{3}$ $\quad z_D = \sqrt{3}-i$

$z_E = -5$ $\quad z_F = -2+2i\sqrt{3}$ $\quad z_G = 3i$ $\quad z_H = 3-i\sqrt{3}$ $\quad z_J = -7i$

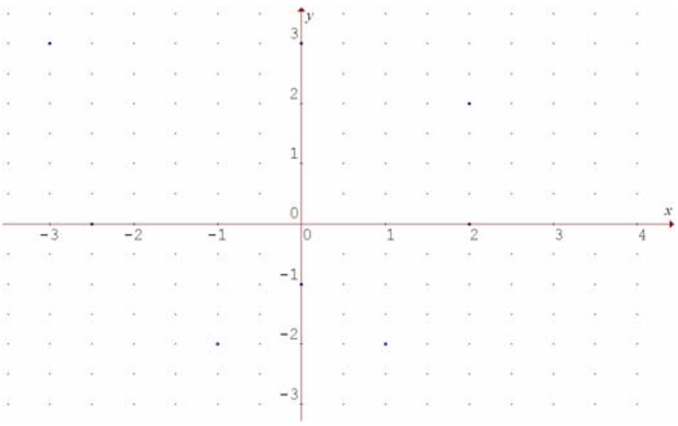
14. Le plan étant rapporté au plan orthonormal $\left(O\,;\,\overrightarrow{u}\,,\,\overrightarrow{v}\right)$, placer de façon précise les points M_1, M_2, M_3 et M_4 dont les affixes sont données sous forme trigonométrique.

$$z_1 = \left[4\,;\,-\frac{\pi}{6}\right] \qquad z_2 = \left[\frac{1}{4}\,;\,\frac{\pi}{4}\right]$$

$$z_3 = \left[2\sqrt{3}\,;\,-\frac{2\pi}{3}\right] \qquad z_4 = \left[1\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$$

15. Déterminer la forme algébrique des nombres complexes de l'exercice 14.

16. Déterminer par lecture graphique le module et un argument de :



17. A est le point d'affixe -3. Le triangle OAB est équilatéral avec $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right) = -\frac{\pi}{3}$:

Les points E et F sont respectivement les milieux de [AB] et [OB]. En utilisant des considérations géométriques, déterminer le module et l'argument des affixes de E et F.

18. A est le point d'affixe $2i$. Le triangle OBA est rectangle isocèle en B avec $\left(\overrightarrow{BO};\overrightarrow{BA}\right) = \frac{\pi}{2}$

Déterminer le module et l'argument de l'affixe de B.

19. Calculer le module et un argument des nombres complexes suivants, puis les écrire sous la forme trigonométrique :

$z_1 = -\sqrt{3}+i$ $\quad z_2 = -17$ $\quad z_3 = 5i$

$z_4 = -12i\sqrt{3}+12$ $\quad z_5 = -6\sqrt{3}+6i$

20. Écrire sous forme trigonométrique :

$$z_1 = -3\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$