

MESURE PRINCIPALE D'UN ANGLE

Toute mesure principale d'un angle $\in]-\pi; \pi] = \mathbb{I}$

MÉTHODE 1

$$-\pi < \alpha + k2\pi \leq \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\alpha = \frac{3\pi}{2}$$

↓
 $\notin \mathbb{I}$

$$\begin{aligned} -\pi < \frac{3\pi}{2} + k2\pi &\leq \pi \\ -\pi - \frac{3\pi}{2} < k2\pi &\leq \pi - \frac{3\pi}{2} \\ -\frac{5\pi}{2} < k2\pi &\leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{-5\pi}{2} \times \frac{1}{2\pi} < k &\leq \frac{-\pi}{2} \times \frac{1}{2\pi} \\ -\frac{5}{4} < k &\leq -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Donc $k = -1$

$$\text{Et } \frac{3\pi}{2} \equiv \frac{3\pi}{2} - 1 \times 2\pi \equiv \frac{3\pi}{2} - \frac{4\pi}{2} \equiv -\frac{\pi}{2} \in \mathbb{I}$$

La mesure principale de $\frac{3\pi}{2}$ est $-\frac{\pi}{2}$

MÉTHODE 2

On utilise "l'esprit" de la division Euclidienne $D = dxq + r$ sauf que q doit être pair ...

$$3 = 2 \times 1 + 1$$

↓
impair
donc NON

$$\dots \quad 3 = 2 \times 2 - 1$$

$$\frac{3\pi}{2} = \cancel{2} \times 2 \times \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \quad \left. \vphantom{\frac{3\pi}{2}} \right\} \times \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2} = 1 \times 2\pi - \frac{\pi}{2}$$

$k \in \mathbb{Z}$ ← c'est la mesure principale

Avec $\alpha = -\frac{13\pi}{5} \notin]-\pi; \pi]$

M1

$$-\pi < -\frac{13\pi}{5} + k2\pi \leq \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{13\pi}{5} - \pi < k2\pi \leq \frac{13\pi}{5} + \pi$$

$$\frac{8\pi}{5} < k2\pi \leq \frac{18\pi}{5}$$

$$\frac{8\pi}{5} \times \frac{1}{2\pi} < k \leq \frac{18\pi}{5} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$0,8 < k \leq 1,8$$

Donc $k=1$

$$-\frac{13\pi}{5} \equiv -\frac{13\pi}{5} + 2\pi \equiv -\frac{3\pi}{5} \in]-\pi; \pi]$$

La mesure principale de $-\frac{13\pi}{5}$ est $-\frac{3\pi}{5}$

M2

$$\begin{array}{l} x \cdot 1 \left\{ \begin{array}{l} 13 = 5 \times 2 + 3 \\ -13 = -5 \times 2 - 3 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \times 1 \\ \times \frac{\pi}{5} \end{array} \right. \\ x \cdot \frac{\pi}{5} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{13\pi}{5} = \frac{-8 \times 2\pi}{5} - \frac{3\pi}{5} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \times \frac{\pi}{5} \end{array} \right. \end{array}$$

$$-\frac{13\pi}{5} = -1 \times 2\pi - \frac{3\pi}{5}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

C'est la
mesure principale