

MESURES PRINCIPALES

6 exemples
détailés

$$\textcircled{1/6} * \quad \alpha_1 = \frac{2005\pi}{6} \notin]-\pi; \pi]$$

$$-\pi < \frac{2005\pi}{6} + k2\pi \leq \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi - \frac{2005\pi}{6} < k2\pi \leq \pi - \frac{2005\pi}{6}$$

$$-\frac{2011\pi}{6} \times \frac{1}{2\pi} < k \leq \frac{-1999\pi}{6} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$-167,6 < k \leq -166,6$$

Donc $k = -167$

$$\text{Et} \quad \frac{2005\pi}{6} \equiv \frac{2005\pi}{6} - 334\pi \equiv \frac{\pi}{6} \in]-\pi; \pi]$$

* Autre méthode

NB: il est pair

$$\times \frac{\pi}{6} \quad \left(\begin{array}{l} 2005 = 6 \times 334 + 1 \\ \frac{2005\pi}{6} = \frac{6 \times 334\pi}{6} + \frac{\pi}{6} \end{array} \right) \times \frac{\pi}{6}$$

$$= 167 \times 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

$k \in \mathbb{Z}$

C'est la
mesure principale

$$\textcircled{2/6} \quad * \quad \alpha_2 = -\frac{127\pi}{7} \notin]-\pi; \pi]$$

$$-\pi < -\frac{127\pi}{7} + k2\pi \leq \pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi + \frac{127\pi}{7} < k2\pi \leq \pi + \frac{127\pi}{7}$$

$$\frac{120\pi}{7} \times \frac{1}{2\pi} < k \leq \frac{136\pi}{7} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$8,6 < k \leq 9,6$$

Donc $k=9$

$$\text{Et} \quad -\frac{127\pi}{7} \equiv -\frac{127\pi}{7} - 18\pi \equiv -\frac{\pi}{7} \in]-\pi; \pi]$$

* Autre méthode

NB: Il est pair

$$\begin{array}{l} x-1 \quad \left(\begin{array}{l} 127 = 7 \times 18 + 1 \\ -127 = -7 \times 18 - 1 \end{array} \right) \quad x-1 \\ \left. \begin{array}{l} x \frac{\pi}{7} \\ -\frac{127\pi}{7} \end{array} \right\} \quad \left(\begin{array}{l} -127 = -7 \times 18 - 1 \\ -\frac{127\pi}{7} = -\frac{7 \times 18\pi}{7} - \frac{\pi}{7} \end{array} \right) \quad x \frac{\pi}{7} \\ \quad \quad \quad = -9 \times 2\pi - \frac{\pi}{7} \\ k \in \mathbb{Z} \end{array}$$

c'est la
même principale

$$19 \text{ rad} \approx 6,047\pi$$

$$\textcircled{3/6} \quad * \quad \alpha_3 = 19 \notin]-\pi; \pi]$$

$$\begin{aligned} -\pi < 19 + k2\pi &\leq \pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ -\pi - 19 < k2\pi &\leq \pi - 19 \\ \frac{-\pi - 19}{2\pi} < k &\leq \frac{\pi - 19}{2\pi} \\ -3,5 < k &\leq -2,5 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } k = -3$$

$$\text{Et } 19 \equiv 19 - 6\pi \equiv 0,15... \in]-\pi; \pi]$$

* Autre méthode (pas simple mais on y va...)

$$19 = \frac{19}{\pi} \times \pi \quad (\text{pour avoir une fraction de } \pi)$$

$$19 = \pi \times 6 + 0,15$$

$$19 = 3 \times 2\pi + 0,15$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$0,15 \text{ rad}$$

est la mesure principale !

$$\textcircled{4/6} * \alpha_4 = 495^\circ \left(= \frac{11\pi}{4} \notin]-\pi; \pi] \right)$$

$$\text{car } \frac{495}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \frac{11\pi}{4} = \alpha$$

$$-\pi < \frac{11\pi}{4} + k2\pi \leq \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi - \frac{11\pi}{4} < k2\pi \leq \pi - \frac{11\pi}{4}$$

$$-\frac{15\pi}{4} \times \frac{1}{2\pi} < k \leq -\frac{7\pi}{4} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$-1,9 < k \leq -0,9$$

Donc $k = -1$

$$\text{Et } \frac{11\pi}{4} \equiv \frac{11\pi}{4} - 2\pi \equiv \frac{3\pi}{4} \in]-\pi; \pi]$$

* Autre méthode

$$11 = 4 \times 2 + 3$$

$$\frac{11\pi}{4} = \frac{4 \times 2\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}$$

$$= 1 \times 2\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$k \in \mathbb{Z}$

C'est la
mesure principale

$$\textcircled{5/6} \quad * \quad \alpha_5 = 55\pi \notin]-\pi; \pi]$$

$$-\pi < 55\pi + k2\pi \leq \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi - 55\pi < k2\pi \leq \pi - 55\pi$$

$$\frac{-56\pi}{2\pi} < k \leq \frac{-54\pi}{2\pi}$$

$$-28 < k \leq -27$$

$$k = -27$$

$$\text{Et} \quad 55\pi \equiv 55\pi - 24\pi \equiv \pi \in]-\pi; \pi]$$

* Autre méthode

NB: Il est pair

$$55 = 1 \times 54 + 1$$

$$x\pi \left(\begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right) x\pi$$

$$55\pi = 1 \times 54\pi + 1\pi$$

$$= 27 \times 2\pi + \pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

c'est la
même principale

$$\textcircled{6/6} * \alpha_6 = -202\pi \notin]-\pi; \pi]$$

$$-\pi < -202\pi + R2\pi \leq \pi, R \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi + 202\pi < R2\pi \leq \pi + 202\pi$$

$$\frac{201\pi}{2\pi} < R \leq \frac{203\pi}{2\pi}$$

$$100,5 < R \leq 101,5$$

$$\text{Donc } R = 101$$

$$\text{Et } -202\pi \equiv -202\pi + 202\pi \equiv 0 \in]-\pi; \pi]$$

* Autre méthode

$$x - \pi \left(\begin{array}{l} 202 = 1 \times 202 + 0 \end{array} \right.$$

$$-202\pi = 1 \times 202 \times (-\pi) + 0 \times (-\pi)$$

$$= -202\pi + 0$$

$$-202\pi = -101 \times 2\pi + 0$$

$$R \in \mathbb{Z}$$

c'est la
mesure principale