

## Curiosité

**1.** Effectuer les calculs ci-dessous en détaillant toutes les étapes :

**a.**  $123^2 - 122^2 - 121^2 + 120^2$

**b.**  $12^2 - 11^2 - 10^2 + 9^2$

**c.**  $45^2 - 44^2 - 43^2 + 42^2$

**2.** Écrire trois calculs sur le même modèle et les effectuer.

**3.** Quelle conjecture peut-on faire ?

**4.** Écrire une expression littérale correspondant à ce type de calcul.

**5.** Développer et réduire cette expression pour démontrer la conjecture proposée.

# DM 7 Corrigé

$$1a = 123^2 - 122^2 - 121^2 + 120^2 = 15129 - 14884 - 14641 + 14400 = \underline{\underline{4}}$$

$$1b = 12^2 - 11^2 - 10^2 + 9^2 = 144 - 121 - 100 + 81 = \underline{\underline{4}}$$

$$1c = 45^2 - 44^2 - 43^2 + 42^2 = 2025 - 1936 - 1849 + 1764 = \underline{\underline{4}}$$

---

$$2a = 4^2 - 3^2 - 2^2 + 1^2 = 16 - 9 - 4 + 1 = \underline{\underline{4}}$$

$$2b = 5^2 - 4^2 - 3^2 + 2^2 = 25 - 16 - 9 + 4 = \underline{\underline{4}}$$

$$2c = 6^2 - 5^2 - 4^2 + 3^2 = 36 - 25 - 16 + 9 = \underline{\underline{4}} \quad \text{encore et toujours!}$$

---

3 Conjecture (=supposition(s) non démontrée(s)) :  
le résultat est toujours  $= \bar{a} + 4 \dots$

---

$$4 \quad (a+3)^2 - (a+2)^2 - (a+1)^2 + a^2, \quad a \in \mathbb{N}$$

---

$$\begin{aligned} 5 \quad & (a+3)^2 - (a+2)^2 - (a+1)^2 + a^2 \\ &= a^2 + 6a + 9 - (a^2 + 4a + 4) - (a^2 + 2a + 1) + a^2 \\ &= \cancel{a^2} + \underline{6a} + \underline{9} - \cancel{a^2} - \underline{4a} - \underline{4} - \cancel{a^2} - \underline{2a} - \underline{1} + \cancel{a^2} \\ &= \cancel{6a} - \cancel{4a} - \cancel{2a} + 9 - 4 - 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Conjecture vérifiée.

Finalement :

$$(a+3)^2 - (a+2)^2 - (a+1)^2 + a^2 = 4, \quad a \in \mathbb{N}$$